

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Институт стратегии развития образования»

«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель директора

И.В. Ускова/
« 03 » _____ 2024 г.



Дополнительная профессиональная программа
(повышение квалификации)

**Обучение математике на углубленном уровне:
методы решения систем линейных уравнений**
(метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса)

Автор-составитель:
Баракова Е.А., к.п.н.

Москва, 2024

Раздел 1. Характеристика программы

1.1. Цель реализации программы: совершенствование профессиональных компетенций слушателей в области обучения математике на углубленном уровне в части овладения методами решения систем линейных уравнений.

1.2. Планируемые результаты обучения

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Общепедагогическая функция. Обучение Профессиональный стандарт "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)"	Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов среднего общего образования	Основное содержание темы: понятия, формулы, правила, алгоритмы	Решать системы линейных уравнений методом Крамера, матричным методом, методом Гаусса; обучать решению систем линейных уравнений вышеуказанными методами

1.3. Форма обучения: заочная с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

1.4. Категория обучающихся: учителя математики.

1.5. Срок освоения программы: 16 ч.

Раздел 2. Содержание программы

2.1. Учебный (тематический) план

№ п/п	Название модулей (разделов) и тем	Всего часов	Виды учебных занятий, учебных работ		Формы контроля
			Лекции	Самост. работа	
1.	Содержание и требования ФРП СОО «Математика» к результатам освоения темы «Методы решения систем линейных уравнений»	1	1		

2.	Определитель 2-ого порядка и определитель 3-его порядка. Метод Крамера	4	3	1	
3.	Матрица и определитель матрицы системы линейных уравнений. Матричный метод	4	3	1	
4.	Метод Гаусса в решении систем линейных уравнений	4	3	1	
5.	Практикум	2		2	Практическая работа
6.	Итоговая аттестация	1		1	Зачет
Итого:		16	10	6	

2.2. Рабочая программа

1. Содержание и требования ФРП СОО «Математика» к результатам освоения темы «Методы решения систем линейных уравнений» (углубленный уровень).

Лекция – 1 ч. Место темы в учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа». Требования к содержанию и результатам освоения темы обучающимися: оперирование понятиями система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы; моделирование реальных ситуаций с помощью системы линейных уравнений, исследование построенной модели с помощью матриц и определителей, интерпретирование полученного результата.

Вопросы для самопроверки.

2. Определитель 2-ого порядка и определитель 3-его порядка. Метод Крамера.

Лекция – 3 ч. Понятие определителя системы линейных уравнений. Определитель 2-ого порядка системы, определители с замененными коэффициентами при неизвестном системы соответственными свободными членами, формулы для нахождения неизвестных системы. Определитель 3-го порядка. Правило треугольника. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

Система заданий, предъявляемая обучающимся для формирования умения решать системы линейных уравнений с применением метода Крамера.

Самостоятельная работа – 1 ч. Изучение учебных материалов по теме. Выполнение заданий самостоятельной работы.

3. Матрица и определитель матрицы системы линейных уравнений. Матричный метод.

Лекция – 3 ч. Понятие матрицы и определителя матрицы системы линейных уравнений. Составление и оперирование понятиями матрицы коэффициентов системы, определителя системы, обратной матрицы, матрицы вектора-столбца при решении системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Правило умножения матрицы коэффициентов системы на матрицу вектора-столбца. Алгоритм решения системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными матричным методом.

Система заданий, предъявляемая обучающимся для формирования умения решать системы линейных уравнений с применением матричного метода.

Самостоятельная работа – 1 ч. Изучение учебных материалов по теме. Выполнение заданий самостоятельной работы.

4. Метод Гаусса в решении систем линейных уравнений.

Лекция – 3 ч. Алгоритм последовательного исключения переменных. Решение систем линейных уравнений при условии $n \geq 2$ методом Гаусса. Решение системы линейных уравнений в смежных дисциплинах в прикладных и жизненно-ориентированных задачах.

Система заданий, предъявляемая обучающимся для формирования умения решать системы линейных уравнений с применением метода Гаусса.

Самостоятельная работа – 1 ч. Изучение учебных материалов по теме. Выполнение заданий самостоятельной работы.

5. Практикум.

Самостоятельная работа – 2 ч. Решение заданий по теме случайные события и вероятности (вероятности сложных событий).

6. Итоговая аттестация.

Самостоятельная работа – 1 ч. Зачет: выполнение тестовых заданий.

Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы

Достижение планируемых результатов обучения контролируется в ходе текущего контроля и итоговой аттестаций.

Текущий контроль предусматривает выполнение практической работы.

Практическая работа. Решение учебных заданий: оперирование определителями и матрицами, решение систем линейных уравнений изученными методами. Практическая работа включает не менее 10 заданий с автоматической проверкой. Количество попыток – три. Тест считается успешно пройденным при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Примеры заданий.

- 1) Найдите матрицу, обратную данной $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

- $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2) Найдите Δ_x системы уравнений: $\begin{cases} x - 2y + 6z = 2 \\ -2x + 4y - 5z = 3 \\ 4x - y + 2z = 0 \end{cases}$.

- 10
- -12
- 8
- -10

3) Решите систему уравнений: $\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$.

- (1; 2; 3)
- (1; -2; 3)
- (-1; 2; -3)
- (1; -2; -3)

4) Найдите определитель системы уравнений: $\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ x - y = -2 \\ 3x - y + 2z = 2 \end{cases}$.

- 3
- -1
- -2
- 0

Итоговая аттестация проводится в форме зачета: учитывается результат практической работы (текущий контроль) и результат итогового тестирования.

Итоговое тестирование включает 15 заданий с автоматической проверкой. Количество попыток – три. Тест считается успешно пройденным при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Примеры заданий итогового тестирования

1. Выберите необходимое условие, при котором можно решать систему линейных уравнений методом Крамера:

- определитель матрицы системы – положительное число
- определитель матрицы системы – отрицательное число
- определитель матрицы системы целое число, отличное от 0
- определитель матрицы системы не равен 0

2. Найдите определитель матрицы системы линейных уравнений:

- -37
- -47
- 30
- 27

$$\begin{cases} x + 5y + 2z = 4 \\ -2x - y + 4z = -15 \\ -x + 3y + z = -2 \end{cases}$$

3. Решите систему линейных уравнений и в ответе укажите значение переменной x :

$$\begin{cases} 4x - y + 2z = -1 \\ 3x + y - 4z = -3 \\ -x + 2y - 3z = 4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \circ 5 \\ \circ 0 \\ \circ 2 \\ \circ -5 \end{array}$$

4. Дана система:
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

Найдите транспонированную матрицу алгебраических дополнений A^T :

$$\begin{array}{l} \circ \begin{pmatrix} -5 & -1 & -1 \\ 10 & 14 & -16 \\ -5 & -19 & 11 \end{pmatrix} \\ \circ \begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -10 & 14 & 16 \\ -5 & -19 & 11 \end{pmatrix} \\ \circ \begin{pmatrix} -5 & 1 & -1 \\ 10 & -14 & -16 \\ 5 & 19 & 11 \end{pmatrix} \\ \circ \begin{pmatrix} -5 & 1 & -1 \\ -10 & -14 & -16 \\ 5 & 19 & -11 \end{pmatrix} \end{array}$$

4. Организационно-педагогические условия реализации программы

4.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы

Литература:

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (базовый и углублённый уровни)/Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2023. 464 с.

2. Методика обучения математике: учебник для среднего профессионального образования /Н. С. Подходова [и др.]; под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. М.: Издательство Юрайт, 2024. — 566 с.

3. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие/И.В. Проскуряков, СПб.: издательство «Лань», 2010. 480 с.

Интернет-ссылки:

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 N 273-ФЗ, URL:

http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/

2. Федеральная рабочая программа среднего общего образования Математика (углублённый уровень) (для 10 – 11 классов общеобразовательных организаций), URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/20_ФПИ_Математика-10-11-классы_угл.pdf

3. Математика (углублённый уровень). Реализация требований ФГОС среднего общего образования. Методическое пособие для учителя, URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/МПИ_Математика_СОО_УУ_формат-97-2003_12082023_на-сайт_Новая.pdf

4. Открытый банк заданий ЕГЭ ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений», URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>

4.2. Материально-технические условия реализации программы

Компьютерное оборудование; видео- и аудиовизуальные средства обучения.

Наличие доступа слушателей к информационно-телекоммуникационной сети Интернет, оснащение компьютерным оборудованием: веб-камерой, микрофоном, аудиоколонками и (или) наушниками.