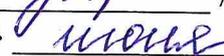


**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
«Институт стратегии развития образования»**

«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель директора

 /И.В. Ускова/  
« 3 »  2024 г.

**Дополнительная профессиональная программа  
(повышение квалификации)**

**Обучение математике на углубленном уровне:  
случайные события и вероятности (вероятности сложных событий)**

Автор-составитель:

Баракова Е.А., к.п.н.

Москва, 2024

## Раздел 1. Характеристика программы

**1.1. Цель реализации программы:** совершенствование профессиональных компетенций слушателей в области обучения математике на углубленном уровне (случайные события и вероятности (вероятности сложных событий)).

### 1.2. Планируемые результаты обучения

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Общепедагогическая функция. Обучение Профессиональный стандарт "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)"	Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов среднего общего образования	Основное содержание темы: понятия, формулы, правила, алгоритмы	Применять теоретические знания для решения задач на вероятности сложных событий; обучать решению задач на вероятности сложных событий

**1.3. Форма обучения:** заочная с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

**1.4. Категория обучающихся:** учителя математики.

**1.5. Срок освоения программы:** 16 ч.

## Раздел 2. Содержание программы

### 2.1. Учебный (тематический) план

№ п/п	Название модулей (разделов) и тем	Всего часов	Виды учебных занятий, учебных работ		Формы контроля
			Лекции	Самост. работа	
1.	Содержание и требования ФРП СОО «Математика» к результатам освоения темы «Случайные события и вероятности»	1	1		
2.	Условная вероятность. Независимые события. Формула Байеса	4	3	1	

3.	Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	4	3	1	
4.	Комбинаторные факты и формулы в решении задач на вероятности сложных событий	4	3	1	
5.	Практикум	2		2	Практическая работа
6.	<b>Итоговая аттестация</b>	1		1	<b>Зачет</b>
	<b>Итого:</b>	<b>16</b>	<b>10</b>	<b>6</b>	

## 2.2. Рабочая программа

**1. Содержание и требования ФРП СОО «Математика» к результатам освоения темы «Случайные события и вероятности» (углубленный уровень).**

*Лекция – 1 ч.* Требования к содержанию и результатам освоения темы обучающимися, соответствующие понятиям: случайные события и вероятности, серии последовательных испытаний, случайный выбор, вероятность сложных событий.

*Вопросы для самопроверки.*

**2. Условная вероятность. Независимые события. Формула Байеса.**

*Лекция – 3 ч.* Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события. Формула полной вероятности и формула Байеса в решении задач на вероятность сложных событий.

Система заданий, предъявляемая обучающимся для формирования умения применения в задачах на вероятности сложных событий формул полной вероятности и Байеса.

*Самостоятельная работа – 1 ч.* Изучение учебных материалов по теме. Выполнение заданий самостоятельной работы.

**3. Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.**

*Лекция – 3 ч.* Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности. Формула Бернулли в решении задач на вероятность сложных событий.

Система заданий, предъявляемая обучающимся для формирования умения применения в решении задач на вероятности сложных событий формулы Бернулли.

*Самостоятельная работа – 1 ч.* Изучение учебных материалов по теме. Выполнение заданий самостоятельной работы.

#### **4. Комбинаторные факты и формулы в решении задач на вероятность сложных событий.**

*Лекция – 3 ч.* Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона. Решение задач на вероятность сложных событий с применением комбинаторики.

Система заданий, предъявляемая обучающимся для формирования умения применения в решении задач на вероятности сложных событий формул комбинаторики.

*Самостоятельная работа – 1 ч.* Изучение учебных материалов по теме. Выполнение заданий самостоятельной работы.

#### **5. Практикум.**

*Самостоятельная работа – 2 ч.* Решение заданий по теме «Случайные события и вероятности (вероятности сложных событий)».

#### **6. Итоговая аттестация.**

*Самостоятельная работа – 1 ч.* Зачет: выполнение тестовых заданий.

### **Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы**

Достижение планируемых результатов обучения контролируется в ходе текущего контроля и итоговой аттестаций.

Текущий контроль предусматривает выполнение практической работы.

**Практическая работа.** Решение учебных заданий; оперирование понятиями, соответствующими теме: случайные события и вероятности, серии последовательных испытаний, случайный выбор, вероятность сложных событий. Практическая работа включает не менее 10 заданий с автоматической проверкой. Количество попыток – три. Тест считается успешно пройденным при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Примеры заданий.

1) Имеется 10 одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной – 5 белых и 1 черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей 5 белых шаров? Ответ округлите до сотых.

- 0,15
- 0,14
- 0,16
- 0,84

2) Куплено 5 лотерейных билетов. Вероятность выигрыша для каждого билета одинакова и равна 0,2. Найти вероятность того, что окажется ровно два выигрышных билета. Ответ округлите до десятых.

- 0,1
- 0,2
- 0,8
- 0,5

3) В семье десять детей. Считая вероятности рождения мальчика и девочки равными между собой, определить вероятность того, что в данной семье не более трех мальчиков.

- 0,883
- 0,171
- 0,117
- 0,172

4) Из 1000 ламп 380 принадлежат к 1 партии, 270 – ко второй партии, остальные к третьей. В первой партии 4% брака, во второй - 3%, в третьей – 6%. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа – бракованная.

- 0,883
- 0,171
- 0,117
- 0,172

**Итоговая аттестация** проводится в форме зачета: учитывается результат практической работы и результат итогового тестирования.

Итоговое тестирование включает 15 заданий с автоматической проверкой. Количество попыток – три. Тест считается успешно пройденным при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Примеры заданий итогового тестирования

1) Выберите содержание обучения учебного курса «Вероятность и статистика» 11 класс (углубленный уровень).

- Формула полной вероятности
- Математическое ожидание случайной величины
- Формула бинома Ньютона
- Теорема Бернулли
- Теорема Чебышёва
- Формула Байеса

2) Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стёкол, вторая – 30%. Первая фабрика выпускает 1%

бракованных стёкол, а вторая – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

- 0,161
- 0,016
- 0,117
- 0,176

3) При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

- 0,43
- 0,57
- 0,34
- 0,66

4) Симметричную монету бросают 15 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 7 решек» больше вероятности события «выпадет ровно 9 решек»? Ответ округлите до сотых.

- 1,30
- 1,19
- 1,29
- 0,65

#### **4. Организационно-педагогические условия реализации программы**

##### **4.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы**

###### **Литература:**

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (базовый и углублённый уровни)/Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2023. 464 с.

2. Методика обучения математике: учебник для среднего профессионального образования /Н. С. Подходова [и др.]; под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. М.: Издательство Юрайт, 2024. — 566 с.

3. Теория вероятностей и статистика. 7-9 классы / Высоцкий И.Р., Яценко И.В., под ред. И. В. Яценко. М.: Просвещение, 2023. 272 с.

4. Вероятность и статистика, 10-11 классы (базовый и углубленный уровни)/Е.А. Бунимович, В.А. Булычев.М.: «Просвещение», 2024. 224

###### **Интернет-ссылки:**

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 N 273-ФЗ, URL:

[http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)

2. Федеральная рабочая программа среднего общего образования Математика (углублённый уровень) (для 10-11 классов образовательных организаций), URL: [https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/20\\_ФПИ\\_Математика-10-11-классы\\_угл.pdf](https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/20_ФПИ_Математика-10-11-классы_угл.pdf)

3. Математика (углублённый уровень). Реализация требований ФГОС среднего общего образования. Методическое пособие для учителя, URL: [https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/МПИ\\_Математика\\_СОО\\_УУ\\_формат-97-2003\\_12082023\\_на-сайт\\_Новая.pdf](https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/МПИ_Математика_СОО_УУ_формат-97-2003_12082023_на-сайт_Новая.pdf)

4. Открытый банк заданий ЕГЭ ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений», URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>

#### **4.2. Материально-технические условия реализации программы**

Компьютерное оборудование; видео- и аудиовизуальные средства обучения.

Наличие доступа слушателей к информационно-телекоммуникационной сети Интернет, оснащение компьютерным оборудованием: веб-камерой, микрофоном, аудиоколонками и (или) наушниками.